Résolution d'un système par substitution

On utilise cette méthode , de préférence, lorsque le coefficient devant une des deux inconnues est 1 dans l'une des deux équations.

Que va-t-on faire ? : on va exprimer une inconnue en fonction de l'autre puis remplacer cette inconnue dans l'autre équation par sa valeur en fonction de l'autre et obtenir ainsi une équation à une seule inconnue.

Exemple : on veut résoudre le système suivant : $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 2x + 5y = -4 \end{cases}$

Etape 1 : On exprime une inconnue en fonction de l'autre dans une des deux équations.
Ici on exprime x en fonction de y dans la 1 ère équation.

$$\begin{cases} x = 7 + 2y \\ 2x + 5y = -4 \end{cases}$$

Etape 2 : Dans l'autre équation, on remplace cette inconnue par sa valeur en fonction de l'autre (celle trouvée à l'étape 1). Cette équation devient une équation à une inconnue. On va la résoudre.

$$\begin{cases} x = 7 + 2y \\ 2\,(7 + 2y) + 5y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7 + 2y \\ 14 + 4y + 5y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7 + 2y \\ 9y = -4 - 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7 + 2y \\ 9y = -18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7 + 2y \\ y = -\dfrac{18}{9} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7 + 2y \\ y = -2 \end{cases}$$

On a la valeur d'une inconnue.

Etape 3 : Dans la première équation on remplace l'inconnue par sa valeur trouvée à l'étape 2.
On calcule pour trouver la valeur de l'autre inconnue.

$$\begin{cases} x = 7 + 2 \times (-2) \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7 - 4 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$$

Etape 4 : On conclut en donnant le couple de nombres solution du système.

Le couple (x ; y) solution de ce système est (3 ; -2)