

**Exercice 1** : Calculons le PGCD de 10 165 et de 3 745.

**a. Méthode des différences successives :**

$$10\,165 - 3\,745 = 6\,420$$

$$6\,420 - 3\,745 = 2\,675$$

$$3\,745 - 2\,675 = 1\,070$$

$$2\,675 - 1\,070 = 1\,605$$

$$1\,605 - 1\,070 = 535$$

$$1\,070 - 535 = 535$$

On vient de trouver deux fois le même résultat consécutivement : 535.

Donc PGCD (10 165 ; 3 745) = 535.



L'asDmaths

**b. Algorithme d'Euclide :**

$$10\,165 = 3\,745 \times 2 + 2\,675$$

$$3\,745 = 2\,675 \times 1 + 1\,070$$

$$2\,675 = 1\,070 \times 2 + 535$$

$$1\,070 = 535 \times 2 + 0$$

Le dernier reste non nul est 535 donc PGCD (10 165 ; 3 745) = 535.

**Exercice 2 :**

$720 = 90 \times 8 + 0$ Donc PGCD (720 ; 90) = 90	$241 = 56 \times 4 + 17$ $56 = 17 \times 3 + 5$ $17 = 5 \times 3 + 2$ $5 = 2 \times 2 + 1$ Donc PGCD (241 ; 56) = 1	$1\,313 = 481 \times 2 + 351$ $481 = 351 \times 1 + 130$ $351 = 130 \times 2 + 91$ $130 = 91 \times 1 + 39$ $91 = 39 \times 2 + 13$ $39 = 13 \times 3 + 0$ Donc PGCD (1 313 ; 481) = 13
--	---	---

$7\,375 = 472 \times 15 + 295$ $472 = 295 \times 1 + 177$ $295 = 177 \times 1 + 118$ $177 = 118 \times 1 + 59$ $118 = 59 \times 2 + 0$ Donc PGCD (7 375 ; 472) = 59	$4\,998 = 2\,737 \times 1 + 2\,261$ $2\,737 = 2\,261 \times 1 + 476$ $2\,261 = 476 \times 4 + 357$ $476 = 357 \times 1 + 119$ $357 = 119 \times 3 + 0$ Donc PGCD (4 998 ; 2 737) = 119	$1\,024 = 52 \times 19 + 36$ $52 = 36 \times 1 + 16$ $36 = 16 \times 2 + 4$ $16 = 4 \times 4 + 0$ Donc PGCD (1 024 ; 52) = 4
--	---	--

$2\,744 = 693 \times 3 + 665$ $693 = 665 \times 1 + 28$ $665 = 28 \times 23 + 21$ $28 = 21 \times 1 + 7$ $21 = 7 \times 3 + 0$ Donc PGCD (2 744 ; 693) = 7	$10\,755 = 3\,585 \times 3 + 0$ PGCD (10 755 ; 3 585) = 3 585
---	--

**Exercice 3 :**

Calculons le PGCD de 256 et 327 à l'aide de l'algorithme d'Euclide.

$$327 = 256 \times 1 + 71$$

$$256 = 71 \times 3 + 43$$

$$71 = 43 \times 1 + 28$$

$$43 = 28 \times 1 + 15$$

$$28 = 15 \times 1 + 13$$

$$15 = 13 \times 1 + 2$$

$$13 = 2 \times 7 + 1$$

Donc PGCD (327 ; 256) = 1. Alors 327 et 256 sont premiers entre eux.

**Exercice 4 :**

1.  $4\,239 = 162 \times 26 + 27$

$$162 = 27 \times 6 + 0$$

Donc PGCD (4 239 ; 162) = 27

2. Pour simplifier la fraction  $\frac{4\,239}{162}$  sans utiliser la touche fraction de votre calculatrice, il suffit de diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD.

3. 
$$\frac{4\,239}{162} = \frac{4\,239 \div 27}{162 \div 27}$$
  

$$= \frac{157}{6}$$

**Exercice 5 :**

1.  $3\,087 = 2\,646 \times 1 + 441$

$$2\,646 = 441 \times 6 + 0$$

Donc PGCD (3 087 ; 2 646) = 441

2. Pour simplifier la fraction  $\frac{2\,646}{3\,087}$  sans utiliser la touche fraction de votre calculatrice, il suffit de diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD, soit 441.

3. 
$$\frac{2\,646}{3\,087} = \frac{2\,646 \div 441}{3\,087 \div 441}$$
  

$$= \frac{6}{7}$$

**Exercice 6 :** (vu au brevet - Afrique 2001)

1. Pour calculer le Plus Grand Commun Diviseur (PGCD) de 5 148 et 1 386, on utilise par exemple l'algorithme d'Euclide :

$$5\,148 = 1\,386 \times 3 + 990$$

$$1\,386 = 990 \times 1 + 396$$

$$990 = 396 \times 2 + 198$$

$$396 = 198 \times 2 + 0$$

Donc le PGCD de 5 148 et 1 386 est 198.

2. Il suffit de simplifier la fraction par le PGCD du numérateur et du dénominateur.

$$\frac{5\,148}{1\,386} = \frac{5\,148 \div 198}{1\,386 \div 198}$$
  

$$= \frac{26}{7}$$

**Exercice 7** : (vu au brevet - Grenoble 2002)

1. Les nombres 682 et 496 sont divisibles par 2 donc ils ne sont pas premiers entre eux.
2. Pour calculer le Plus Grand Commun Diviseur (PGCD) de 682 et 496, on utilise par exemple l'algorithme d'Euclide :

$$682 = 496 \times 1 + 186$$

$$496 = 186 \times 2 + 124$$

$$186 = 124 \times 1 + 62$$

$$124 = 62 \times 2 + 0$$

Donc le PGCD de 682 et 496 est 62.

3. Il suffit de simplifier la fraction par le PGCD du numérateur et du dénominateur.

$$\frac{682}{496} = \frac{62 \times 11}{62 \times 8} \quad \frac{682}{496} = \frac{\mathbf{11}}{\mathbf{8}}$$



L'asDmaths